ĐỀ THI TUYỂN SINH CAO ĐẲNG KHỐI A, B, D NĂM 2010
Môn thi : TOÁN

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)
Câu I (2,0 điểm).
1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y= x^3 + 3x^2 – 1$.
2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1.

Câu II (2,0 điểm)
1. Giải phương trình $4\cos\frac{5x}{2}\cos\frac{3x}{2}+2(8\sin x-1)\cos x=5$.

2.. Giải hệ phương trình : $\begin{cases}2\sqrt{2x+y}=3-2x-y\\ x^2-2xy-y^2=2\end{cases}$ (x, y $\in$ R).

Câu III (1,0 điểm) . Tính tích phân : $I=\int_0^1\frac{2x-1}{x+1}dx$.

Câu IV (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, SA=SB, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45^0. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD.

Câu V (1,0 điểm). Cho hai số thực dương thay đổi x, y thỏa mãn điều kiện $3x + y\le 1$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{xy}}$.

II. PHẦN RIÊNG (*3,0 điểm*)
Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)
A. Theo chương trình Chuẩn
Câu VI.a ***(2,0 điểm)***
Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A (1; -2; 3), B (-1; 0; 1) và mặt phẳng (P): x + y + z + 4 = 0.
1. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên (P).
2. Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{AB}{6}$, có tâm thuộc đường thẳng AB và (S) tiếp xúc với (P).

Câu VII.a ***(1,0 điểm).*** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(2 – 3i)z + (4+i)\overline{z} = -(1+3i)^2$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

B. Theo chương trình Nâng cao
Câu VI.b ***(2,0 điểm).*** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d: $\frac{x}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$ và mặt phẳng (P): 2x – y + 2z – 2 = 0.
1. Viết phương trình mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).
2. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho M cách đều gốc tọa độ O và mặt phẳng (P).

Câu VII.b (1 điểm). Giải phương trình $z^2–(1+i)z+6+3i = 0$ trên tập hợp các số phức.

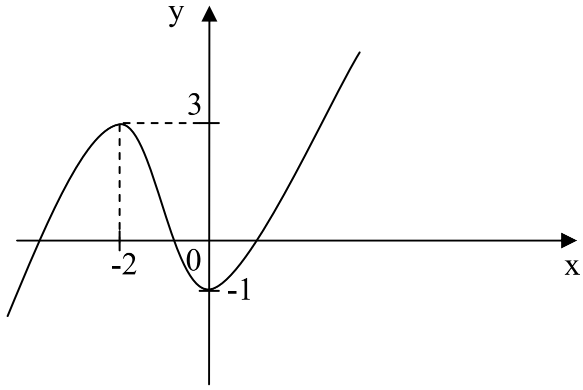
BÀI GIẢI

Câu I: 1. Tập xác định là R. $y' = 3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hay $x = -2$;
$\lim_{x\to-\infty} y=-\infty$ và $\lim_{x\to+\infty} y=+\infty$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	↗	3 CĐ	↘	-1 CT	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$; $(0; +\infty)$; hàm số nghịch biến trên (-2; 0)

Hàm số đạt cực đại tại x = -2; y(-2) = 3; hàm số đạt cực tiểu tại x=0; y(0) = -1
y" = 6x + 6; y" = 0 $\Leftrightarrow$ x = -1. Điểm uốn I (-1; 1)
<u>Đồ thị</u> :



2. Gọi A là điểm trên (C) có hoành độ x = -1 $\Rightarrow$ tung độ A bằng 1
Hệ số góc của tiếp tuyến tại A là y'(-1) = -3
Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm A là:
d : y – 1 = -3(x + 1) $\Leftrightarrow$ y = -3x – 2.

Câu II: 1. $4\cos\dfrac{5x}{2}\cos\dfrac{3x}{2}+2(8\sin x-1)\cos x=5$

$\Leftrightarrow\ 2(\cos 4x+\cos x)+16\sin x\cos x-2\cos x=5$

$\Leftrightarrow\ 2\cos 4x+8\sin 2x=5\ \Leftrightarrow\ 2-4\sin^2 2x+8\sin 2x=5$

$\Leftrightarrow$ $4\sin^2 2x - 8\sin 2x + 3 = 0$ $\Leftrightarrow$ $\sin 2x=\dfrac{3}{2}$ (loại) hay $\sin 2x=\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow\ 2x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$ hay $2x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi$

$\Leftrightarrow\ x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi$ hay $x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi$ (k $\in$ Z)

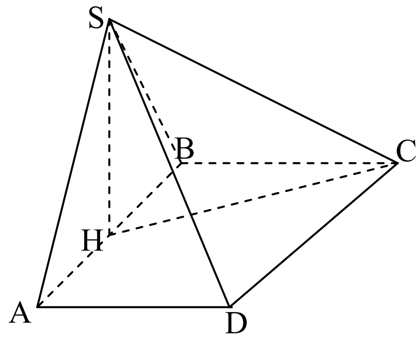
2. $\begin{cases} 2\sqrt{2x+y}=3-2x-y & (1) \\ x^2-2xy-y^2=2 & (2) \end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow$ $(2x+y)+2\sqrt{2x+y}-3=0\ \Leftrightarrow\ \sqrt{2x+y}=1$ hay $\sqrt{2x+y}=-3$ (loại)
$\Leftrightarrow$ 2x + y = 1 $\Leftrightarrow$ y = 1 – 2x (3)
Thay (3) vào (2) ta có: $x^2 - 2x(1-2x) - (1-2x)^2 = 2$
$\Leftrightarrow$ $x^2 + 2x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow$ x = 1 hay x = -3
Khi x = 1 thì y = -1; khi x = -3 thì y = 7
Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=-3 \\ y=7 \end{cases}$

Câu III.

$$I=\int_0^1\frac{2x-1}{x+1}dx=\int_0^1\left(2-\frac{3}{x+1}\right)dx=\left(2x-3\ln|x+1|\right)\Big|_0^1=2-3\ln 2.$$

Câu IV:



Ta có tam giác vuông SHC, có góc $SCH=45^0$
Nên là tam giác vuông cân

Vậy $HC=SH=\sqrt{a^2+\dfrac{a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow$

$V=\dfrac{1}{3}a^2\dfrac{a\sqrt{5}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$

Câu V : Cách 1: $1 \geq 3x + y = x + x + x + y \geq 4\sqrt[4]{x^3y} \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt[4]{x^3y}} \geq 4$

$$A = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}} \geq \frac{2}{\sqrt{x\sqrt{xy}}} = \frac{2}{\sqrt[4]{x^3y}} \geq 8$$

Khi $x = y = \dfrac{1}{4}$ ta có A = 8. Vậy min A = 8.

Cách 2: Áp dụng : $\forall a, b > 0$: $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \geq \dfrac{4}{a+b}$

$$A = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}} \geq \frac{1}{x} + \frac{2}{x+y} = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{x}{2}+\frac{y}{2}} \geq \frac{4}{x+\frac{x}{2}+\frac{y}{2}} = \frac{8}{3x+y} \geq 8$$

Khi $x = y = \dfrac{1}{4}$ ta có A = 8. Vậy min A = 8.

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a: A (1; -2; 3), B (-1; 0; 1); (P) : x + y + z + 4 = 0

$\Rightarrow$ VTPT của (P) là $\overrightarrow{n_P} = (1; 1; 1)$

1. Gọi (Δ) là đường thẳng qua A và vuông góc với (P) thì :

(Δ) : $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{1}$

H là hình chiếu của A lên (P) thì H = (Δ) $\cap$ (P) nên tọa độ H thỏa :

$$\begin{cases} x+y+z+4=0 \\ \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-4 \\ z=1 \end{cases}$$ Vậy H (-1; -4; 1)

2. Ta có AB = $\sqrt{4+4+4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ và $\overrightarrow{AB}$ = (-2; 2; -2)

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \dfrac{AB}{6} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

(AB) : $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. Vì tâm I $\in$ (AB) $\Rightarrow$ I (t – 1; – t; t + 1)

(S) tiếp xúc (P) nên d (I; (P)) = R $\Leftrightarrow$ $|t+4| = 1$ $\Leftrightarrow$ t = -3 hay t = -5

$\Rightarrow$ I (-4; 3; -2) hay I (-6; 5; -4)

Vậy ta có hai mặt cầu thỏa yêu cầu đề bài :

(S_1) : $(x + 4)^2 + (y – 3)^2 + (z + 2)^2 = \dfrac{1}{3}$

(S_2) : $(x + 6)^2 + (y – 5)^2 + (z + 4) = \dfrac{1}{3}$

Câu VII.a: $(2 – 3i)z + (4+i)\overline{z} = -(1+3i)^2$ (1)

Gọi z = x + yi (x, y $\in$ R)

(1) $\Leftrightarrow$ (2 – 3i)(x + yi) + (4 + i)(x – yi) = 8 – 6i $\Leftrightarrow$ (6x + 4y) – (2x + 2y)i = 8 – 6i

$\Leftrightarrow$ 6x + 4y = 8 và 2x + 2y = 6 $\Leftrightarrow$ x = -2 và y = 5

Vậy phần thực của z là -2 và phần ảo của z là 5.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b :

1. d : $\dfrac{x}{-2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng (P): 2x – y + 2z – 2 = 0

d qua A (0; 1; 0) có 1 VTCP $\overrightarrow{a_d}$ = (-2; 1; 1)

(P) có 1 VTPT : $\overrightarrow{n_{(P)}}$ = (2; -1; 2)

(α) chứa d và vuông góc với (P) nên :

(α) qua A (0; 1; 0) và có 1 VTPT : $\overrightarrow{n_{(\alpha)}} = \left[\overrightarrow{a_{(d)}}, \overrightarrow{n_{(P)}}\right] = 3(1;2;0)$

Ptmp (α) : (x – 0) + 2(y – 1) = 0 ⇔ x + 2y – 2 = 0

2. M ∈ d ⇒ M (-2t; 1 + t; t)

M cách đều O và (P) ⇔ OM = d (M, (P))

$\Leftrightarrow \sqrt{4t^2+(1+t)^2+t^2} = \dfrac{|2(-2t)-(1+t)+2(t)-2|}{\sqrt{4+1+4}}$

$\Leftrightarrow \sqrt{6t^2+2t+1} = |t+1|$ ⇔ t = 0 ⇒ M (0; 1; 0)

Câu VII.b: $z^2 - (1 + i)z + 6 + 3i = 0$ (1)

$\Delta = -24 - 10i = (1 - 5i)^2$

(1) ⇔ z = 1 – 2i hay z = 3i.

Phạm Viết Kha

(ĐH Công nghiệp TP.HCM)