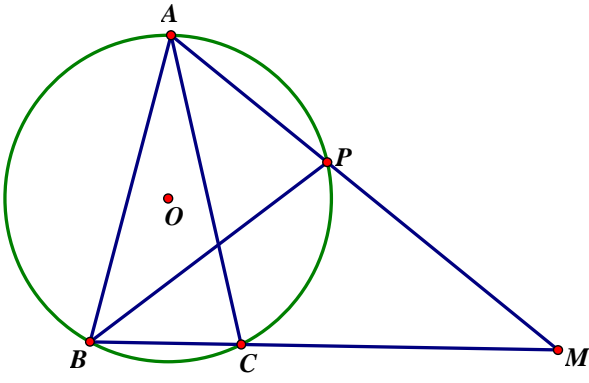
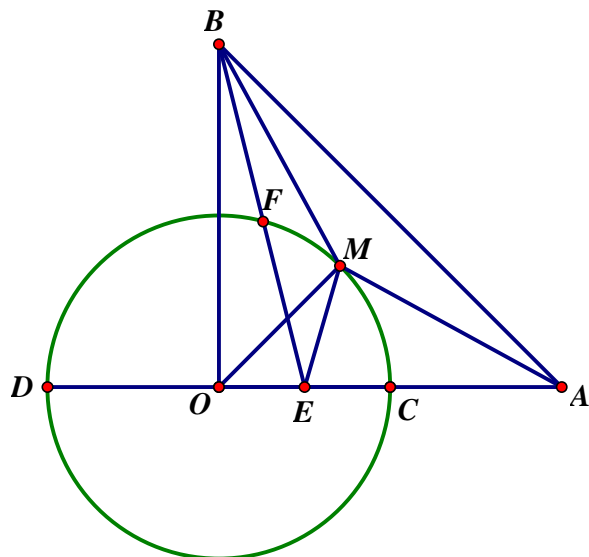


Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
<p>1 (4 đ)</p>	<p>Câu 1 : (4 điểm)</p> <p>1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \frac{1}{x+1} + y = 1 \\ \frac{2}{x+1} + 5y = 3 \end{cases}$</p> <p>$\begin{cases} \frac{1}{x+1} + y = 1 \\ \frac{2}{x+1} + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-2}{x+1} - 2y = -2 \\ \frac{2}{x+1} + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 1 \\ \frac{2}{x+1} + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$</p> <p>2) Giải phương trình: $(2x^2 - x)^2 + 2x^2 - x - 12 = 0$ Đặt $t = 2x^2 - x$, pt trở thành $t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow t = 3$ hay $t = -4$ $t = 3 \Leftrightarrow 2x^2 - x = 3 \Leftrightarrow x = -1$ hay $x = 3/2$ $t = -4 \Leftrightarrow 2x^2 - x = -4$ (vô nghiệm) Vậy phương trình có 2 nghiệm là $x = -1, x = 3/2$</p>	<p>0,5x4</p> <p>0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ</p>
<p>2 (3 đ)</p>	<p>Câu 2 : (3 điểm)</p> <p>Cho phương trình $x^2 - 2(2m + 1)x + 4m^2 + 4m - 3 = 0$ (x là ẩn số) (*) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) thỏa $x_1 = 2 x_2$ $\Delta' = (2m + 1)^2 - (4m^2 + 4m - 3) = 4 > 0$, với mọi m Vậy (*) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m. $x_1 = 2m - 1, x_2 = 2m + 3$ $x_1 = 2 x_2 \Leftrightarrow 2m - 1 = 2 2m + 3$</p> <p>$\begin{cases} 2m - 1 = 2(2m + 3) \\ 2m - 1 = -2(2m + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{7}{2} \\ m = -\frac{5}{6} \end{cases}$</p>	<p>0,5 đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>1,5đ</p>
<p>3 (2 đ)</p>	<p>Câu 3 : (2 điểm)</p> <p>Thu gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$</p> <p>Xét $M = \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}} + \sqrt{7-\sqrt{5}}}{\sqrt{7+2\sqrt{11}}}$</p> <p>Ta có $M > 0$ và $M^2 = \frac{14+2\sqrt{44}}{7+2\sqrt{11}} = 2$ suy ra $M = \sqrt{2}$</p> <p>$A = \sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) = 1$</p>	<p>1 đ</p> <p>1đ</p>

<p>4 (4đ)</p>	<p>Câu 4 : (4 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O). Gọi P là điểm chính giữa cung nhỏ AC. Hai đường thẳng AP và BC cắt nhau tại M. Chứng minh rằng: a) $\widehat{ABP} = \widehat{AMB}$ b) $MA \cdot MP = BA \cdot BM$</p>  <p>a) $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}(\text{sđ}\widehat{AB} - \text{sđ}\widehat{PC}) = \frac{1}{2}(\text{sđ}\widehat{AC} - \text{sđ}\widehat{PC}) = \frac{1}{2}\text{sđ}\widehat{AP} = \widehat{ABP}$ b) $\widehat{PA} = \widehat{PC} \Rightarrow \widehat{CAP} = \widehat{ABP} = \widehat{AMB}$ suy ra $CM = AC = AB$ $\triangle MAC \sim \triangle MBP$ (g - g) $\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{MC}{MP} \Rightarrow MA \cdot MP = MB \cdot MC = MB \cdot AB$</p>	<p>2đ 1đ 1đ</p>
<p>5 (3 đ)</p>	<p>Câu 5 : (3 điểm) a) Cho phương trình: $2x^2 + mx + 2n + 8 = 0$ (x là ẩn số và m, n là các số nguyên) Giả sử phương trình có các nghiệm đều là số nguyên. Chứng minh rằng: $m^2 + n^2$ là hợp số. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $\Rightarrow x_1, x_2$ nguyên, $x_1 + x_2 = -\frac{m}{2}, x_1x_2 = n + 4$ $m^2 + n^2 = (2x_1 + 2x_2)^2 + (x_1x_2 - 4)^2 = 4x_1^2 + 4x_2^2 + x_1^2x_2^2 + 16$ $= (x_1^2 + 4)(x_2^2 + 4)$ $x_1^2 + 4, x_2^2 + 4$ là các số nguyên lớn hơn 1 nên $m^2 + n^2$ là hợp số. b) Cho hai số dương a, b thỏa $a^{100} + b^{100} = a^{101} + b^{101} = a^{102} + b^{102}$. Tính $P = a^{2010} + b^{2010}$ Ta có $0 = a^{100} + b^{100} - (a^{101} + b^{101}) = a^{101} + b^{101} - (a^{102} + b^{102})$. $\Rightarrow a^{100}(1 - a) + b^{100}(1 - b) = a^{101}(1 - a) + b^{101}(1 - b)$ $\Rightarrow a^{100}(1 - a)^2 + b^{100}(1 - b)^2 = 0$ $\Rightarrow a = b = 1$ $\Rightarrow P = a^{2010} + b^{2010} = 2$</p>	<p>0,5đ 0,5đ 0,5đ 1đ 0,5đ</p>
<p>6 (2đ)</p>	<p>Câu 6 : (2 điểm) Cho tam giác OAB vuông cân tại O với $OA = OB = 2a$. Gọi (O) là đường tròn tâm O bán kính a. Tìm điểm M thuộc (O) sao cho $MA + 2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.</p>	



Đường thẳng OA cắt (O) tại C và D với C là trung điểm của OA. Gọi E là trung điểm của OC.

* Trường hợp M không trùng với C và D: Hai tam giác OEM và OMA đồng dạng

$$(\widehat{MOE} = \widehat{AOM}, \frac{OM}{OA} = \frac{1}{2} = \frac{OE}{OM}).$$

$$\Rightarrow \frac{ME}{AM} = \frac{OM}{OA} = \frac{1}{2} \Rightarrow MA = 2EM$$

* Trường hợp M trùng với C: $MA = CA = 2EC = 2EM$

* Trường hợp M trùng với D: $MA = DA = 2ED = 2EM$

Vậy luôn có $MA = 2EM$

$MA + 2MB = 2(EM + MB) \geq 2EB = \text{hằng số.}$

Dấu “=” xảy ra khi M là giao điểm của đoạn BE với đường tròn (O).

Vậy $MA + 2MB$ nhỏ nhất khi M là giao điểm của đoạn BE với đường tròn (O).

1đ

0,5 đ

0,5đ

7(2đ) Câu 7 : (2 điểm)

Cho a, b là các số dương thỏa $a^2 + 2b^2 \leq 3c^2$. Chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{3}{c}$.

Ta có

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{9}{a+2b} \quad (1) \Leftrightarrow (a+2b)(b+2a) \geq 9ab$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 4ab + 2b^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2(a-b)^2 \geq 0 \quad (\text{Đúng})$$

$$a+2b \leq \sqrt{3(a^2+2b^2)} \quad (2) \Leftrightarrow (a+2b)^2 \leq 3(a^2+2b^2)$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 4ab + 2b^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2(a-b)^2 \geq 0 \quad (\text{Đúng})$$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq \frac{9}{a+2b} \geq \frac{9}{\sqrt{3(a^2+2b^2)}} \geq \frac{3}{c}$ (do $a^2 + 2b^2 \leq 3c^2$)

0,5 đ

0,5đ

1đ