

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC KHỐI B NĂM 2010
Môn thi : TOÁN

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Câu I (2 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{3}$ (O là gốc tọa độ).

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $(\sin 2x + \cos 2x) \cos x + 2\cos 2x - \sin x = 0$
2. Giải phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$ ($x \in \mathbb{R}$).

Câu III (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(2+\ln x)^2} dx$

Câu IV (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có AB = a, góc giữa hai mặt phẳng (A'BC) và (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác A'BC. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện GABC theo a.

Câu V (1,0 điểm). Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 3(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) + 3(ab + bc + ca) + 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm):

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2,0 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, có đỉnh C(-4; 1), phân giác trong góc A có phương trình $x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.
2. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho các điểm A (1; 0; 0), B (0; b; 0), C (0; 0; c), trong đó b, c dương và mặt phẳng (P): $y - z + 1 = 0$. Xác định b và c, biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{1}{3}$.

Câu VII.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn: $|z - i| = |(1+i)z|$.

B. Theo Chương trình Nâng Cao

Câu VI.b (2,0 điểm).

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm A(2; $\sqrt{3}$) và elip (E): $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$. Gọi F_1 và F_2 là các tiêu điểm của (E) (F_1 có hoành độ âm); M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E); N là điểm đối xứng của F_2 qua M. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF₂.
2. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng OM.

Câu VII.b (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} \log_2(3y-1) = x \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

BÀI GIẢI

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

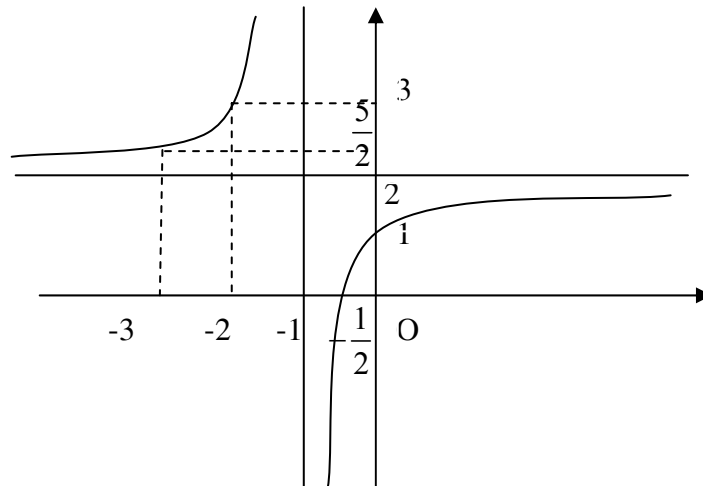
Câu I. 1. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$; $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$

TCD: $x = -1$ vì $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$; TCN: $y = 2$ vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. Hàm số không có cực trị.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'			
y			

$\begin{array}{c} \text{+} \\ \text{+} \end{array}$



2. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y = -2x + m$

$$\frac{2x+1}{x+1} = -2x+m \Leftrightarrow 2x^2 + (4-m)x + 1-m = 0 (*) \quad (\text{vì } x = -1 \text{ không là nghiệm})$$

Phương trình (*) có $\Delta = m^2 + 8 > 0, \forall m$ nên d luôn cắt (C) tại điểm A, B. Ta có:

$$S_{\Delta OAB} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2} |x_A y_B - x_B y_A| = \sqrt{3} \Leftrightarrow |x_A (-2x_B + m) - x_B (-2x_A + m)| = 2\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow |m(x_A - x_B)| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow m^2 (x_A - x_B)^2 = 12 \Leftrightarrow m^2 \frac{m^2 + 8}{4} = 12$$

$$\Leftrightarrow m^4 + 8m^2 - 48 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Câu II.

1. $(\sin 2x + \cos 2x) \cos x + 2 \cos 2x - \sin x = 0$
 $\Leftrightarrow \cos 2x (\cos x + 2) + \sin x (2 \cos^2 x - 1) = 0$
 $\Leftrightarrow \cos 2x (\cos x + 2) + \sin x \cdot \cos 2x = 0$
 $\Leftrightarrow \cos 2x (\cos x + \sin x + 2) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0$
 $\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k \frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$

2. $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$, điều kiện: $-\frac{1}{3} \leq x \leq 6$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1} - 4 + 1 - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x-15}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{x-5}{1+\sqrt{6-x}} + (x-5)(3x+1) = 0$$

PHẦN RIÊNG

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a.

1. Vì C (-4; 1), \hat{A} vuông và phân giác trong góc A là (d) : $x + y - 5 = 0$, $x_A > 0$ nên A(4; 1)
 $\Rightarrow AC = 8$

Mà diện tích $\Delta ABC = 24$ nên $AB = 6$.

Mặt khác, AB vuông góc với trục hoành nên B (4; 7)

Vậy phương trình của BC là: $3x + 4y - 16 = 0$

2. A (1; 0; 0); B (0; b; 0); C (0; 0; c) với b, c > 0

$$\Rightarrow (ABC) : \frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Rightarrow (ABC) : bc.x + cy + bz - bc = 0$$

$$\text{Vì } d(0; ABC) = \frac{1}{3} \text{ nên } \frac{bc}{\sqrt{b^2c^2 + b^2 + c^2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3b^2c^2 = b^2c^2 + b^2 + c^2$$

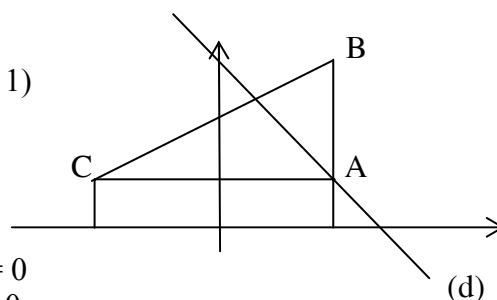
$$\Leftrightarrow b^2 + c^2 = 2b^2c^2 \quad (1)$$

$$(P) : y - z + 1 = 0 \text{ có VTPT là } \vec{n}_p = (0; 1; -1)$$

$$(ABC) \text{ có VTPT là } \vec{n} = (bc; c; b)$$

$$\text{Vì } (P) \text{ vuông góc với } (ABC) \Rightarrow \vec{n} \perp \vec{n}_p \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{n}_p = 0 \Rightarrow c - b = 0 \quad (2)$$

Từ (1), (2) và b, c > 0 suy ra : b = c = 1



Câu VII.a.

$$z = a + ib. \text{ Suy ra : } z - i = a + (b-1)i \text{ và } (1+i)z = (1+i)(a+bi) = (a-b) + (a+b)i$$

$$|z-i| = |(1+i)z| \Leftrightarrow \sqrt{a^2 + (b-1)^2} = \sqrt{(a-b)^2 + (a+b)^2}$$

$$\Leftrightarrow a^2 + (b^2 - 2b + 1) = 2(a^2 + b^2) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2b - 1 = 0 \Leftrightarrow a^2 + (b+1)^2 = 2$$

Vậy $z = a + ib$ với a, b thỏa $a^2 + (b+1)^2 = 2$.

B. Theo Chương trình Nâng Cao

Câu VI.b.

1. (E) : $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 3 - 2 = 1$

Do đó $F_1(-1; 0)$; $F_2(1; 0)$; (AF_1) có phương trình $x - y\sqrt{3} + 1 = 0$

$$\Rightarrow M\left(1; \frac{2}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow N\left(1; \frac{4}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow \vec{NA} = \left(1; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right); \vec{F_2A} = (1; \sqrt{3}) \Rightarrow \vec{NA} \cdot \vec{F_2A} = 0$$

$\Rightarrow \Delta ANF_2$ vuông tại A nên đường tròn ngoại tiếp tam giác này có đường kính là

$$F_2N. \text{ Do đó đường tròn có phương trình là : } (x-1)^2 + \left(y - \frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4}{3}$$

2. $d(M; \Delta) = \frac{|\vec{NM}, \vec{a}_\Delta|}{|\vec{a}_\Delta|}$. $M \in Ox \Leftrightarrow M(m; 0; 0)$

Δ qua N (0; 1; 0) có VTCP $\vec{a} = (2; 1; 2)$

$$\vec{NM} = (m; -1; 0) \Rightarrow [\vec{a}, \vec{NM}] = (2; 2m; -2-m)$$

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = OM \Leftrightarrow \frac{|[\vec{a}, \vec{NM}]|}{|\vec{a}|} = OM \Leftrightarrow \frac{\sqrt{5m^2 + 4m + 8}}{3} = |m|$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 8 = 0 \Leftrightarrow m = -1 \text{ hay } m = 2. \text{ Vậy } M(-1; 0; 0) \text{ hay } M(2; 0; 0)$$

Câu VII.b.

$$\begin{aligned} \begin{cases} \log_2(3y-1) = x \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3y-1 = 2^x \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2^x+1}{3} \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2^x+1}{3} \\ 3(4^x + 2^x) = (2^x+1)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2^x+1}{3} \\ 2 \cdot 4^x + 2^x - 1 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2^x+1}{3} \\ (2^x+1)(2^x - \frac{1}{2}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2^x+1}{3} \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Võ Lý Văn Long
(Trung tâm BDVH và LTĐH Vĩnh Viễn)