

**ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010**  
**Môn : TOÁN - Khối : D**

**PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)**

**Câu I (2,0 điểm)** Cho hàm số  $y = -x^4 - x^2 + 6$

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{6}x - 1$

**Câu II (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình  $\sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x - \cos x - 1 = 0$
2. Giải phương trình  $4^{2x+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3+4x-4}$  ( $x \in \mathbb{R}$ )

**Câu III (1,0 điểm)** Tính tích phân  $I = \int_1^e \left(2x - \frac{3}{x}\right) \ln x dx$

**Câu IV (1,0 điểm)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh bên  $SA = a$ ; hình chiếu vuông góc của đỉnh  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  là điểm  $H$  thuộc đoạn  $AC$ ,  $AH = \frac{AC}{4}$ . Gọi  $CM$  là đường cao của tam giác  $SAC$ . Chứng minh  $M$  là trung điểm của  $SA$  và tính thể tích khối tứ diện  $SMBC$  theo  $a$ .

**Câu V (1,0 điểm)** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 21} - \sqrt{-x^2 + 3x + 10}$

**PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)**

*Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)*

**A. Theo chương trình Chuẩn**

**Câu VI.a (2,0 điểm)**

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh  $A(3;-7)$ , trực tâm là  $H(3;-1)$ , tâm đường tròn ngoại tiếp là  $I(-2;0)$ . Xác định tọa độ đỉnh C, biết C có hoành độ dương.
2. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P):  $x + y + z - 3 = 0$  và (Q):  $x - y + z - 1 = 0$ . Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O đến (R) bằng 2.

**Câu VII.a (1,0 điểm)** Tìm số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = \sqrt{2}$  và  $z^2$  là số thuần ảo.

**B. Theo chương trình Nâng cao**

**Câu VI.b (2,0 điểm)**

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm  $A(0;2)$  và  $\Delta$  là đường thẳng đi qua O. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên  $\Delta$ . Viết phương trình đường thẳng  $\Delta$ , biết khoảng cách từ H đến trục hoành bằng AH.

2. Trong không gian tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng  $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$  và  $\Delta_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ .

Xác định tọa độ điểm M thuộc  $\Delta_1$  sao cho khoảng cách từ M đến  $\Delta_2$  bằng 1.

**Câu VII.b (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x^2 - 4x + y + 2 = 0 \\ 2 \log_2(x-2) - \log_{\sqrt{2}} y = 0 \end{cases}$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ )

## BÀI GIẢI GỢI Ý

### PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

**Câu I:**  $y = -x^4 - x^2 + 6$  (C)

1/ Khảo sát, vẽ (C)

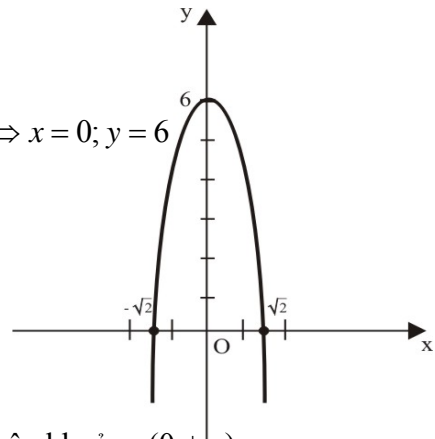
TXĐ :  $D = \mathbb{R}$ ;

$$y' = -4x^3 - 2x; \quad y' = 0 \Leftrightarrow -2x(2x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x = 0; y = 6$$

$$y'' = -12x^2 - 2 < 0 \Rightarrow \text{hàm số lõm trên } \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	6	$-\infty$



Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ , nghịch biến trên khoảng  $(0; +\infty)$   
y đạt cực đại tại  $x = 0, y_{CD} = 6$ .

$$(C) \cap Ox : A (\pm\sqrt{2}; 0).$$

2/ Tiếp tuyến  $\Delta$  vuông góc d :  $y = \frac{1}{6}x - 1 \Rightarrow \text{Pt } (\Delta) : y = -6x + b$

$$\Delta \text{ tiếp xúc (C)} \Leftrightarrow \text{hệ sau có nghiệm} : \begin{cases} -x^4 - x^2 + 6 = -6x + b \\ -4x^3 - 2x = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ b = 10 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \Delta : y = -6x + 10$$

**Câu II:**

1/ Giải phương trình :  $\sin 2x - \cos 2x + 3 \sin x - \cos x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow 2 \sin x \cos x - 1 + 2 \sin^2 x + 3 \sin x - \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos(2 \sin x - 1) + 2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x(2 \sin x - 1) + (2 \sin x - 1)(\sin x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(\cos x + \sin x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \cos x + \sin x = -2 \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

2/  $4^{2x+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3+4x-4}$  (\*); đk :  $x \geq -2$

$$4^{2+\sqrt{x+2}}(2^{4x-4} - 1) - 2^{x^3}(2^{4x-4} - 1) = 0 \Leftrightarrow (2^{4x-4} - 1)(4^{2+\sqrt{x+2}} - 2^{x^3}) = 0$$

$$\bullet 2^{4x-4} = 1 \Leftrightarrow 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\bullet 4^{2+\sqrt{x+2}} = 2^{x^3} \Leftrightarrow x^3 = 2\sqrt{x+2} + 4$$

$$x^3 - 8 = 2(\sqrt{x+2} - 2) \Leftrightarrow (x-2)(x^2 + 2x + 4) = \frac{2(x-2)}{\sqrt{x+2} + 2}$$

$$\bullet x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\bullet x^2 + 2x + 4 = \frac{2}{\sqrt{x+2} + 2}$$

$$\text{VT} = x^2 + 2x + 4 = (x+1)^2 + 3 \geq 3$$

$$\text{VP} = \frac{2}{\sqrt{x+2} + 2} \leq 1 \Rightarrow \text{Phương trình vô nghiệm. Vậy : Nghiệm (*) : } x = 1; x = 2.$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \vee x \geq 2 \\ 25\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}(x-2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 10\left(x - \frac{3}{2}\right) = 7(x-2) \\ 10\left(x - \frac{3}{2}\right) = -7(x-2) \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \vee x \geq 2 \\ \begin{cases} 10x - 15 = 7x - 14 \\ 10x - 15 = -7x + 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 1 \\ 17x = 29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \text{ (nhân)} \\ x = \frac{29}{17} \text{ (loại)} \end{cases} \end{cases}$$

x	-2	1/3	5	
y'		-	0	+
y	$\swarrow$ $y(1/3)$ $\searrow$			

$$y\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{2}; \quad y_{\min} = \sqrt{2}$$

Cách khác: có thể không cần bảng biến thiên, chỉ cần so sánh  $y(-2)$ ,  $y(1/3)$  và  $y(5)$ .

### PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

*Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)*

#### A. Theo chương trình Chuẩn

##### Câu VI.a:

1/ \* C1: Nối dài AH cắt đường tròn (C) tâm I tại điểm H'

$\Rightarrow$  BC đi qua trung điểm HH'.

Phương trình AH :  $x = 3$

Đường tròn (C) có pt :  $(x+2)^2 + y^2 = 74$

H' là giao điểm của AH và đường tròn (C)

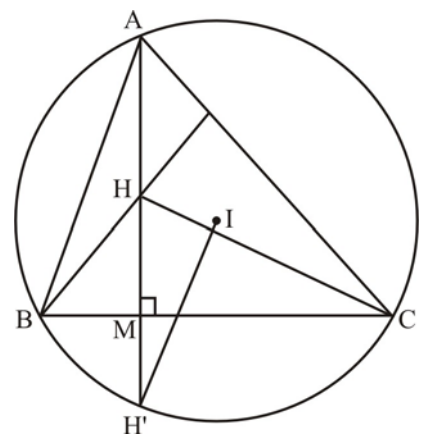
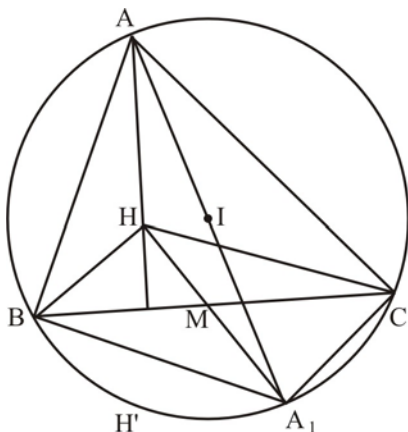
$\Rightarrow$  H' (3; 7)

Đường thẳng BC có phương trình :  $y = 3$  cắt đường tròn (C) tại điểm C có hoành độ là nghiệm

phương trình :  $(x+2)^2 + 3^2 = 74$

$\Rightarrow x = \sqrt{65} - 2$  (lấy hoành độ dương);  $y = 3$ .

Vậy C ( $\sqrt{65} - 2$ ; 3)



\* C2: Gọi (C) là đường tròn tâm I(-2;0),

bán kính  $R = IA = \sqrt{74}$

Pt đường tròn (C) :  $(x+2)^2 + y^2 = 74$

Gọi  $AA_1$  là đường kính  $\Rightarrow BHCA_1$  là hình bình hành

$\Rightarrow HA_1$  qua M trung điểm BC

Ta có IM là đường trung bình của  $\Delta A_1AH$

$$\text{Nên : } \overrightarrow{IM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AH} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = 3 \end{cases} \Leftrightarrow M(-2; 3)$$

Pt BC qua M và vuông góc AH :  $y - 3 = 0$

$$\text{Toạ độ C thỏa hệ phương trình : } \begin{cases} (x+2)^2 + y^2 = 74 \\ y-3=0 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + \sqrt{65} \\ y = 3 \end{cases} \text{ . Vậy C } (\sqrt{65} - 2; 3)$$

$$2/ \text{ PVT } \vec{n}_p = (1; 1; 1); \text{ PVT } \vec{m}_Q = (1; -1; 1); \text{ PVT } \vec{k}_R = \vec{n} \wedge \vec{m} = (2; 0; -2) = 2(1; 0; -1)$$

$$\text{Phương trình (R) có dạng : } x - z + D = 0. \text{ Ta có : } d(0; (R)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|D|}{\sqrt{2}} = 2 \Leftrightarrow D = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\text{Phương trình (R) : } x - z + 2\sqrt{2} = 0 \text{ hay } x - z - 2\sqrt{2} = 0$$

**Câu VII.a:** Đặt  $z = a + bi \Rightarrow z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ a^2 + b^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 1 \end{cases} \text{ . Vậy : } \begin{matrix} z_1 = 1+i & , & z_2 = 1-i \\ z_3 = -1+i & , & z_4 = -1-i \end{matrix}$$

## B. Theo chương trình Nâng cao

### Câu VI.b:

1/ \* C1 : Gọi  $H(x_0; y_0)$  là hình chiếu của  $A$  xuống  $\Delta$

Ta có :  $\vec{AH} = (x_0; y_0 - 2)$ ,  $\vec{OH} = (x_0; y_0)$

$$\text{Do gt : } \begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{OH} = 0 \\ AH = d(H, Ox) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0^2 + y_0(y_0 - 2) = 0 \\ \sqrt{x_0^2 + (y_0 - 2)^2} = |y_0| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + y_0^2 - 2y_0 = 0 \\ x_0^2 - 4y_0 + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_0^2 + 2y_0 - 4 = 0 \\ x_0^2 - 4y_0 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -1 \pm \sqrt{5} \\ x_0^2 = 4y_0 - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} y_0 = -1 + \sqrt{5} \\ x_0^2 = -8 + 4\sqrt{5} \end{cases} \\ \begin{cases} y_0 = -1 - \sqrt{5} \\ x_0^2 = -8 - 4\sqrt{5} < 0 \text{ (loại)} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \pm \sqrt{4\sqrt{5} - 8} \\ y_0 = -1 + \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow H(\pm \sqrt{4\sqrt{5} - 8}; -1 + \sqrt{5}) \text{ . Phương trình } \Delta : (\sqrt{5} - 1)x \pm \sqrt{4\sqrt{5} - 8}y = 0$$

\* C2 :

- $\Delta \equiv Oy \Rightarrow H \equiv A$  : không thỏa  $AH = d(H, Ox)$
- $\Delta \equiv Ox \Rightarrow H \equiv O$  : không thỏa  $AH = d(H, Ox)$
- Pt  $\Delta : y = kx$  ( $k \neq 0$ )

$$\begin{cases} AH \perp \Delta \\ AH \text{ qua } A \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{1}{k}x + 2$$

Toạ độ  $H = \Delta \cap AH$  thỏa hệ

$$\begin{cases} y = kx \\ y = -\frac{1}{k}x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2k}{k^2 + 1} \\ y = \frac{2k^2}{k^2 + 1} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{2k}{k^2 + 1}; \frac{2k^2}{k^2 + 1}\right)$$

$$AH = d(H; Ox) \Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{2k}{k^2 + 1}\right)^2 + \left(\frac{2k^2}{k^2 + 1} - 2\right)^2} = \left|\frac{2k^2}{k^2 + 1}\right| \Leftrightarrow k^4 - k^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ k^2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 0 \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow k = \pm \frac{\sqrt{2 + 2\sqrt{5}}}{2}$$

$$\text{Vậy } \Delta: y = \pm \frac{\sqrt{2+2\sqrt{5}}}{2} x$$

$$2/ M \in \Delta_1 \Rightarrow M(3+t; t; t)$$

$$\Delta_2 \begin{cases} \text{qua } A(2;1;0) \\ \text{co1 VTCP } \vec{a}_2 = (2;1;2) \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \vec{AM} = (1+t; t-1; t) \Rightarrow [\vec{a}_2, \vec{AM}] = (2-t; 2; t-3); d(M; \Delta_2) = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{(2-t)^2 + 4 + (t-3)^2}}{\sqrt{4+1+4}} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2t^2 - 10t + 17} = 3 \Leftrightarrow 2t^2 - 10t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow M(4;1;1) \\ t = 4 \Rightarrow M(7;4;4) \end{cases}$$

**Câu VII.b:**

$$\begin{cases} x^2 - 4x + y + 2 = 0 & (1) \\ 2\log_2(x-2) - \log_{\sqrt{2}} y = 0 & (2) \end{cases}; \quad \text{đk: } x > 2, y > 0$$

$$(2) \Rightarrow (x-2)^2 = y^2 \Rightarrow \begin{cases} y = x-2 \\ y = 2-x \end{cases}$$

$$* y = x-2 (1) \Rightarrow x^2 - 4x + x - 2 + 2 = 0 \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 3 \end{cases}$$

$$* y = 2-x (1) \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 2 - x + 2 = 0 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \text{ (loại)} \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3; y = 1 \\ x = 4; y = -2 \end{cases}$$

**Trần Kỳ Tranh**  
(Trung tâm BDVH & LTDH Vĩnh Viễn)