SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TP.HCM
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
Năm học: 2010 – 2011
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

b) $\begin{cases} 4x + y = -1 \\ 6x - 2y = 9 \end{cases}$

c) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$

d) $2x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0$

Bài 2: (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{x^2}{2}$ và đường thẳng (D): $y = \frac{1}{2}x - 1$ trên cùng một hệ trục toạ độ.

b) Tìm toạ độ các giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Bài 3: (1,5 điểm)

Thu gọn các biểu thức sau:

$$A = \sqrt{12 - 6\sqrt{3}} + \sqrt{21 - 12\sqrt{3}}$$

$$B = 5\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{\frac{5}{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2$$

Bài 4: (1,5 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (3m+1)x + 2m^2 + m - 1 = 0$ (x là ẩn số)

a) Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình. Tìm m để biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất: A = $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$.

Bài 5: (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB=2R. Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc đường tròn (O) khác A và B. Các tiếp tuyến của (O) tại A và M cắt nhau tại E. Vẽ MP vuông góc với AB (P thuộc AB), vẽ MQ vuông góc với AE (Q thuộc AE).

a) Chứng minh rằng AEMO là tứ giác nội tiếp đường tròn và APMQ là hình chữ nhật.

b) Gọi I là trung điểm của PQ. Chứng minh O, I, E thẳng hàng.

c) Gọi K là giao điểm của EB và MP. Chứng minh hai tam giác EAO và MPB đồng dạng. Suy ra K là trung điểm của MP.

d) Đặt AP = x. Tính MP theo R và x. Tìm vị trí của M trên (O) để hình chữ nhật APMQ có diện tích lớn nhất.

BÀI GIẢI

Bài 1: (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad (1)$

$\Delta = 9 + 16 = 25$

$(1) \Leftrightarrow x = \dfrac{3-5}{4} = \dfrac{-1}{2} \;\; hay \;\; x = \dfrac{3+5}{4} = 2$

b) $\begin{cases} 4x + y = -1 & (1) \\ 6x - 2y = 9 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y = -1 & (1) \\ 14x = 7 & (pt(2) + 2pt(1)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

c) $4x^4 - 13x^2 + 3 = 0$ (3), đặt u = x^2,

phương trình thành : $4u^2 - 13u + 3 = 0$ (4)

(4) có $\Delta = 169 - 48 = 121 = 11^2$ $(4) \Leftrightarrow u = \dfrac{13-11}{8} = \dfrac{1}{4} \;\; hay \;\; u = \dfrac{13+11}{8} = 3$

Do đó (3) $\Leftrightarrow x = \pm\dfrac{1}{2} \;\; hay \;\; x = \pm\sqrt{3}$

d) $2x^2 - 2\sqrt{2}x - 1 = 0 \quad (5)$

$\Delta' = 2 + 2 = 4$

Do đó (5) $\Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{2}-2}{2} \;\; hay \;\; x = \dfrac{\sqrt{2}+2}{2}$

Bài 2:

a) Đồ thị: học sinh tự vẽ

Lưu ý: (P) đi qua O(0;0), $\left(\pm1; -\dfrac{1}{2}\right)$, $\pm2; -2$.

(D) đi qua $\left(1; -\dfrac{1}{2}\right)$, $-2; -2$

Do đó (P) và (D) có 2 điểm chung là : $\left(1; -\dfrac{1}{2}\right)$, $-2; -2$.

b) PT hoành độ giao điểm của (P) và (D) là

$\dfrac{-x^2}{2} = \dfrac{1}{2}x - 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \qquad \Leftrightarrow x = 1 \;\; hay \;\; x = -2$

Vậy toạ độ giao điểm cảu (P) và (D) là $\left(1; -\dfrac{1}{2}\right)$, $-2; -2$.

Bài 3:

$A = \sqrt{12 - 6\sqrt{3}} + \sqrt{21 - 12\sqrt{3}} = \sqrt{(3-\sqrt{3})^2} + \sqrt{3(2-\sqrt{3})^2} = 3 - \sqrt{3} + (2-\sqrt{3})\sqrt{3} = \sqrt{3}$

$B = 5\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{\dfrac{5}{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{\dfrac{3}{2}}\right)^2$

$2B = 5\ \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} - \sqrt{5}\ ^2 + \ \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{3}\ ^2$

$$= 5\left(\sqrt{(1+\sqrt{3})^2}+\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}-\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}-\sqrt{3}\right)^2$$

$$= 5\left((1+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-1)-\sqrt{5}\right)^2+\left((\sqrt{3}-1)+(\sqrt{5}+1)-\sqrt{3}\right)^2$$

$$= 5.3+5=20 \Rightarrow B = 10.$$

Bài 4:

a) $\Delta = (3m+1)^2-8m^2-4m+4=m^2+2m+5=(m+1)^2+4>0\ \forall m$

Suy ra phương trình luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m.

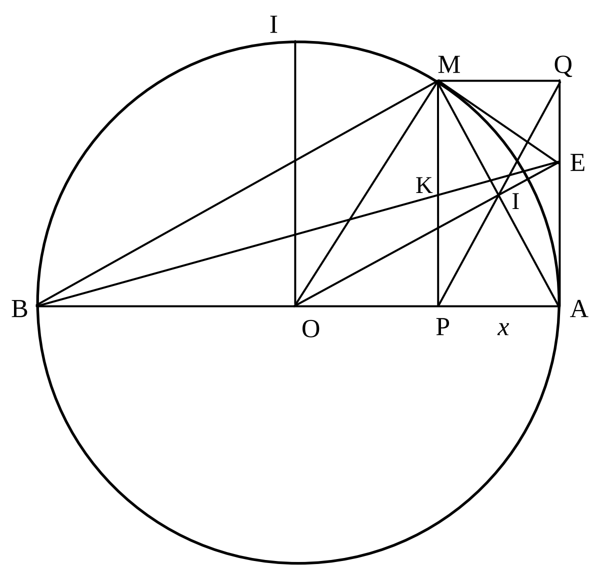
b) Ta có $x_1 + x_2 = 3m + 1$ và $x_1x_2 = 2m^2 + m - 1$

$$A= x_1^2+x_2^2-3x_1x_2 = (x_1+x_2)^2-5x_1x_2$$

$$=(3m+1)^2-5(2m^2+m-1) = -m^2+m+6=6+\frac{1}{4}-(m-\frac{1}{2})^2=\frac{25}{4}-(m-\frac{1}{2})^2$$

Do đó giá trị lớn nhất của A là : $\frac{25}{4}$. Đạt được khi m = $\frac{1}{2}$

Bài 5:



a) Ta có góc $\widehat{EMO} = 90^O = \widehat{EAO}$

=> EAOM nội tiếp.

Tứ giác APMQ có 3 góc vuông :

$\widehat{EAO}=\widehat{APM}=\widehat{PMQ}=90^o$

=> Tứ giác APMQ là hình chữ nhật

b) Ta có : I là giao điểm của 2 đường chéo AM và PQ của hình chữ nhật APMQ nên I là trung điểm của AM.

Mà E là giao điểm của 2 tiếp tuyến tại M và tại A nên theo định lý ta có : O, I, E thẳng hàng.

c) <u>Cách 1</u>: hai tam giác AEO và MPB đồng dạng vì chúng là 2 tam giác vuông có 1 góc bằng nhau là $\widehat{AOE}=\widehat{ABM}$, vì OE // BM

=> $\frac{AO}{BP}=\frac{AE}{MP}$ (1)

Mặt khác, vì KP//AE, nên ta có tỉ số $\frac{KP}{AE}=\frac{BP}{AB}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có : AO.MP = AE.BP = KP.AB,

mà AB = 2.OA => MP = 2.KP

Vậy K là trung điểm của MP.

<u>Cách 2</u> : Ta có $\frac{EK}{EB}=\frac{AP}{AB}$ (3) do AE // KP,

mặt khác, ta có $\frac{EI}{EO}=\frac{AP}{AB}$ (4) do 2 tam giác EOA và MAB đồng dạng

So sánh (3) & (4), ta có : $\frac{EK}{EB}=\frac{EI}{EO}$.

Theo định lý đảo Thales => KI // OB, mà I là trung điểm AM
=> K là trung điểm MP.
d) Ta dễ dàng chứng minh được :

$$abcd \le \left(\frac{a+b+c+d}{4}\right)^4 \quad (*)$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = d

$$MP = \sqrt{MO^2 - OP^2} = \sqrt{R^2 - (x-R)^2} = \sqrt{2Rx - x^2}$$

Ta có: $S = S_{APMQ} = MP.AP = x\sqrt{2Rx - x^2} = \sqrt{(2R-x)x^3}$

S đạt max $\Leftrightarrow$ $(2R-x)x^3$ đạt max $\Leftrightarrow$ x.x.x(2R – x) đạt max

$\Leftrightarrow$ $\frac{x}{3}.\frac{x}{3}.\frac{x}{3}(2R-x)$ đạt max

Áp dụng (*) với a = b = c = $\frac{x}{3}$

Ta có : $\frac{x}{3}.\frac{x}{3}.\frac{x}{3}(2R-x) \le \frac{1}{4^4}\left(\frac{x}{3}+\frac{x}{3}+\frac{x}{3}+(2R-x)\right)^4 = \frac{R^4}{16}$

Do đó S đạt max $\Leftrightarrow$ $\frac{x}{3} = (2R-x)$ $\Leftrightarrow$ $x = \frac{3}{2}R$.

Hoàng Hữu Vinh
(Trường Cao đẳng Kinh tế TP.HCM)